

El artículo 18 del decreto 001969 del programa de Doctorado en Ciencias Mención Matemáticas señala que *la modalidad del examen de calificación será determinada por el comité académico de acuerdo a un reglamento interno*. Este documento formaliza dicho reglamento interno del examen de calificación.

### **Reglamento: Examen de Calificación**

#### **Artículo 1.- Examen de diagnóstico**

Al inicio del programa, se realizará un examen de diagnóstico cuya primera parte evalúa contenidos de álgebra y el segundo evalúa contenidos de análisis real y complejo.

Una comisión designada por el comité académico será la encargada de la confección y corrección del examen. Asimismo será la encargada de proporcionar una retroalimentación de las respuestas y sugerir actividades remediales.

#### **Artículo 2.- Condiciones necesarias para la realización del examen de calificación**

Los requisitos obligatorios para rendir el examen de calificación son los siguientes:

- a) Haber realizado el examen de diagnóstico
- b) Haber aprobado los cuatro cursos obligatorios señalados en el reglamento del programa
- c) Haber aprobado al menos un curso electivo con nota superior o igual a 5.5

El comité académico puede autorizar la realización del examen en situaciones especiales donde no se cumpla uno de los requisitos mencionados anteriormente.

**Artículo 3.-** El examen se realizará de manera anual y periódica y consistirá en dos evaluaciones:

- a) Una evaluación escrita de Álgebra, la cual será realizada durante el mes de enero.
- b) Una evaluación escrita de Análisis, la cual será realizada durante el mes de abril.

El comité académico podrá realizar evaluaciones adicionales en situaciones excepcionales.

#### **Artículo 4.- Sobre los contenidos a evaluar.**

Los contenidos a evaluar en el examen de calificación se dividen en dos tipos:

1. Contenidos correspondientes a los cursos obligatorios del programa. Estos contenidos se pueden encontrar en los programas de cada curso y cualquier modificación en dichos programas implica la modificación correspondiente en el contenido del examen.
2. Contenidos correspondientes a conocimientos básicos que (idealmente) deberían haber sido adquiridos antes de entrar al programa. Estos cubren las áreas de álgebra lineal, cálculo en una y varias variables y funciones en una variable compleja. La lista completa de dichos contenidos se encuentra en anexo a este documento.

**Artículo 5.-** Sobre el proceso de corrección.

El comité académico designará un grupo de miembros del claustro encargado de elaborar el exámen y trabajar en su corrección. Habrá un subgrupo para Álgebra y otro para Análisis.

- a) Las preguntas del examen deben ser consistentes con el temario definido en el artículo 4. De forma general, los exámenes estarán divididos en las siguientes subáreas:
  - i) Examen de Álgebra:
    - 1) Álgebra Lineal
    - 2) Grupos
    - 3) Anillos y Módulos
    - 4) Cuerpos y Teoría de Galois
  - ii) Examen de Análisis:
    - 1) Cálculo diferencial e integral
    - 2) Espacios métricos y normados
    - 3) Teoría de la medida e integración
    - 4) Análisis funcional
    - 5) Variable compleja
- b) Los grupos deben elaborar, con al menos una semana de anterioridad a la realización del examen, un solucionario de las preguntas del examen, el cual debe ser incorporado en un repositorio de acceso abierto para los estudiantes del programa una vez que el examen haya sido realizado.
- c) La corrección debe ser detallada, el comité evaluador debe redactar un informe completo y se enviará una retroalimentación específica a cada estudiante que lo solicite.
- d) Tanto el examen de Álgebra como el de Análisis tendrán por separado la calificación: “aprueba” o “no aprueba”.
- e) Para aprobar el examen de Álgebra, se deberá tener un cometido satisfactorio en al menos 3 de las 4 áreas consideradas en el examen.
- f) Para aprobar el examen de Análisis, se deberá tener un cometido satisfactorio en al menos 4 de las 5 áreas consideradas en el examen.
- g) El examen de calificación se considerará aprobado tras la aprobación de las evaluaciones de Álgebra y Análisis.

**Artículo 6.-** Sobre la no aprobación del examen.

Hay dos tipos de “no aprobación” del examen:

- i) El(la) estudiante aprueba sólo una de las dos evaluaciones.
- ii) El(la) estudiante no aprueba ninguna de las dos evaluaciones.

En el caso i), es decir cuando el(la) estudiante apruebe sólo una de las evaluaciones, el comité realizará una segunda evaluación del área no aprobada, la cual se realizará durante las vacaciones de invierno o el inicio del segundo semestre. Para ello,:

- El comité académico determinará si la evaluación es oral o escrita.
- El comité académico conformará una comisión evaluadora.
- La comisión evaluadora enviará una “lista corta” de los temas a ser evaluados, la cual debe ser una parte reducida del temario descrito en el artículo 4.
- La comisión evaluadora, en conformidad con el comité académico, determinará si el(la) estudiante “aprueba” o “no aprueba” la evaluación.
- Si el(la) estudiante aprueba esta evaluación especial, se considerará que ha aprobado su examen de calificación.
- Si el(la) estudiante no aprueba esta evaluación especial, éste(a) deberá rendir el examen el año siguiente, quedando automáticamente eximido de la evaluación que aprobó. En esta situación específica, el comité académico determinará un plan de trabajo para el(la) estudiante.

En el caso ii), es decir cuando el(la) estudiante no apruebe ambas evaluaciones, este(a) deberá rendir el examen el año siguiente. En este caso específico, el comité académico determinará un plan de trabajo para el(la) estudiante.

#### **Artículo 8.-** Sobre la reprobación del examen.

Se considerará “Reprobado(a)” al(la) estudiante que no apruebe el examen de calificación tras dos años consecutivos.

En conformidad con lo estipulado por el **artículo 19 del decreto 001969**, *el comité podrá autorizar una nueva oportunidad para rendir el examen de calificación.*

#### **Artículo 9.-** Sobre el aseguramiento de la calidad del examen.

- El comité académico debe velar por la mejora continua del examen.
- El comité académico debe informar al claustro sobre los eventuales problemas observados en el proceso del examen de calificación.
- El comité académico debe promover una permanente discusión al interior del claustro sobre las debilidades y fortalezas del examen de calificación.
- El comité académico y el claustro pueden realizar reformas parciales o totales al actual reglamento, respetando la letra y espíritu de **los artículos 15 al 19 del decreto 001969** del programa de doctorado.

## **Anexo: Contenidos del examen de calificación correspondientes a conocimientos adquiridos previo ingreso al programa.**

Los contenidos considerados en el examen de calificación y que no corresponden a cursos dictados dentro del programa son los siguientes:

### **Álgebra lineal**

- Espacios vectoriales, subespacios, suma y suma directa de subespacios. Independencia lineal, bases y dimensión. Espacios cociente.
- Transformaciones lineales y matrices. Núcleo, imagen y rango. Teoremas de isomorfismo. Dual, bidual, bases duales y subespacios anuladores. Determinante de una matriz y de una transformación lineal.
- Valores y vectores propios. Polinomio característico y minimal. Diagonalización. Subespacios invariantes.
- Formas bilineales simétricas. Proceso de ortogonalización de Gram-Schmidt. Productos internos en  $\mathbf{R}^n$  y  $\mathbf{C}^n$ . Bases ortonormales. Operadores ortogonales y unitarios. Operadores auto-adjuntos. Complemento ortogonal de un subespacio.

### **Cálculo en una y varias variables**

- El espacio euclidiano como espacio vectorial normado, normas, bolas. Conjuntos abiertos y conjuntos cerrados. Sucesiones, interior, clausura, puntos de acumulación. Compacidad, conexidad, convexidad. Límites y funciones continuas.
- Derivadas parciales, derivadas direccionales, gradiente. Matriz jacobiana. Regla de la cadena multivariada. Derivadas parciales de orden superior, operadores diferenciales (divergencia, laplaciano, rotacional). Máximos y mínimos, multiplicadores de Lagrange.
- Criterios de diferenciabilidad. Diferenciación bajo el signo de la integral. Teorema del valor medio. Función inversa y función implícita.
- Integrales dobles y triples. Integrales sobre regiones, áreas, volúmenes. Teorema de Fubini. Cambio de variables. Integrales de trayectoria, línea y superficie. Teoremas de Green, Stokes y Gauss.
- Polinomios de Taylor y Maclaurin. Resto de Lagrange. Series infinitas e integrales impropias. Convergencia absoluta, convergencia condicional y divergencia. Series geométricas y armónicas. Series telescópicas. Límites inferior y superior. Criterios de convergencia: enésimo término, comparación, Leibniz, cociente, Dirichlet, Abel. Series de potencias. Serie de potencias de una función.
- Sucesiones de funciones. Convergencia puntual y uniforme. Series de funciones.

### **Variable compleja**

- Coordenadas rectangulares y polares, norma en  $\mathbf{C}$ . Límites y series complejas, esfera de Riemann. Funciones polinomiales, racionales, exponencial, trigonométricas, raíces y logaritmo.
- Funciones holomorfas. Ecuaciones de Cauchy-Riemann. Funciones armónicas y sus conjugadas.
- Series de potencias. Radio de convergencia. Funciones trigonométricas y exponenciales como series de potencias. Fórmula de Cauchy-Hadamard para el

radio de convergencia. Comportamiento de una serie de potencia dentro del disco de convergencia, orden de un cero de una serie de potencia.

- Integrales de línea. Primitiva de una función. Teorema de Goursat. Teorema de Cauchy. Homotopía, índice de una curva cerrada. Analiticidad y series de potencia. Ceros, fórmula integral de Cauchy, cálculo de integrales por residuos.
- Teorema de Morera, Teorema de Liouville, principio del máximo, Lema de Schwarz.
- Tipos de singularidades, singularidades aisladas, orden de un polo, residuo, expansión de Laurent. Unicidad de la prolongación analítica. Función Gamma y función zeta de Riemann.